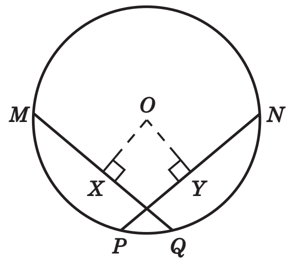
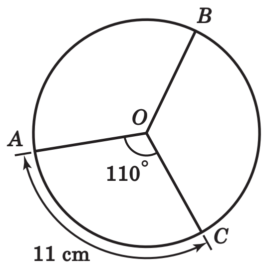
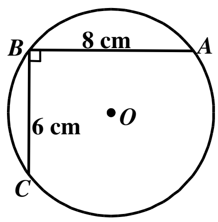
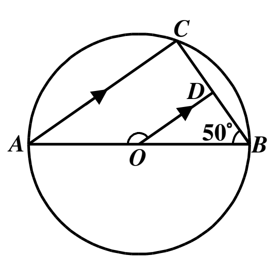
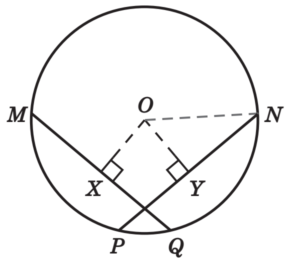
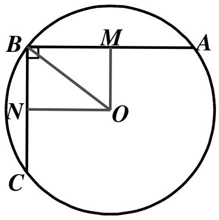
中四數學第十一課：圓的基本性質　《網上自學練習》

姓名：________________(　　)　　班別：_____

1	在圖中，O 是圓心，$OX = 8$，$MQ = NP = 12$。 (a) 證明 $OY = 8$。 (b) 證明圓的半徑是 10。 
2	在圖中，O 是圓心。若 $\angle AOC = 110°$ 及 $\overset{\frown}{AC} = 11\text{ cm}$，求該圓的 (a) 圓周； (b) 直徑。(答案以 π 表示。) 
3	在圖中，O 是圓心。AB 和 BC 是兩條互相垂直的弦。若 $AB = 8\text{ cm}$ 及 $BC = 6\text{ cm}$，求圓的半徑。 
4	在圖中，O 是圓心，而 $AC \mathbin{//} OD$。若 $\angle OBD = 50°$，求 $\angle AOD$。 

解：

1	(a) $MQ = NP$ (已知) $\therefore$ $OX = OY$ (等弦則等弦心距) $\underline{OY = 8}$ (b) $OY \perp NP$ (已知) $\therefore$ $YN = \frac{1}{2}NP$ (圓心至弦的垂線平分弦) $= \frac{1}{2} \times 12$ $= 6$  連接 ON。 在 $\triangle OYN$ 中， $ON^2 = OY^2 + YN^2$ (<u>畢氏</u>定理) $ON = \sqrt{OY^2 + YN^2}$ $= \sqrt{8^2 + 6^2}$ $= 10$ $\therefore$ <u>該圓的半徑是 10。</u>
2	(a) $\overset{\frown}{AC}$: 圓周 $= 110° : 360°$ (弧長與圓心角成比例) $\frac{11\text{ cm}}{\text{圓周}} = \frac{110}{360}$ $\therefore$ 圓周 $= \frac{360}{110} \times 11\text{ cm}$ $\therefore$ <u>該圓的圓周是 36 cm。</u> (b) 設半徑爲 r cm。 圓周 $= 2\pi r$ $36 = 2\pi r$ $18 = \pi r$ $r = \frac{18}{\pi}$，直徑$=\frac{36}{\pi}$ $\therefore$ <u>該圓的直徑是 $\frac{36}{\pi}$ cm 。</u>

3	 連接 OM，其中 M 是 AB 的中點。 $\therefore$ $OM \perp AB$ (圓心至弦中點的連線⊥弦) $\therefore$ $AM = MB = 4$ cm 連接 ON，其中 N 是 BC 的中點。 $\therefore$ $ON \perp BC$ (圓心至弦中點的連線⊥弦) $\therefore$ $BN = NC = 3$ cm $\because$ $\angle CBA = 90°$，$OM \perp AB$ 及 $ON \perp BC$， $\therefore$ $BMON$ 是一個長方形。 $\therefore$ $ON = BM = 4$ cm 在 $\triangle OBN$ 中，利用畢氏定理， $OB^2 = ON^2 + NB^2$ $\therefore$ 圓的半徑是 5 cm。
4	$\because$ AB 是直徑， $\therefore$ $\angle ACB = 90^\circ$ (半圓上的圓周角) 在 $\triangle ABC$ 中， $\therefore$ $\angle CAB = 180^\circ - \angle ACB - \angle ABC$ (△ 內角和) $= 180^\circ - 90^\circ - 50^\circ$ $= 40^\circ$ $\angle AOD + \angle CAB = 180^\circ$ (同旁內角，$AC \mathbin{//} OD$) $\angle AOD + 35^\circ = 180^\circ$ $\angle AOD = 180^\circ - 40^\circ$ $= \underline{\underline{140^\circ}}$