

姓名: _____ 班別: _____ (_____) 日期: _____

數學自學練習: (第一課: 近似與誤差)

甲: 判斷以下哪些數值是準確值(真確值)?
 哪些數值是屬於近似值?

	準確值 (真確值)	近似值 (估計值)	不知道 難判斷
1. 某個機構的調查得出全香港茶餐廳午餐的平均定價為港幣28元。	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
2. 1卡鑽石 = 200毫克 = 0.2克。	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
3. 青馬大橋於一九九二年五月開始動工興建, 耗資71.44億港元。	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
4. 青馬大橋主跨(兩橋塔之距)長1377米。	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
5. 青馬大橋主纜是由33,400條鋼絲組成。	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
6. 組成青馬大橋主纜的每條鋼絲的直徑是5.38毫米。	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
7. 大橋的結構鋼材主要在英國及日本製造, 並在中國東莞市珠江附近組合成50件組件, 再以躉船運往施工地點。	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
8. 全校現有723名學生。	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

乙: 近似值

練習一: 求下列的近似值。

- $234\ 535 = 234500$ (準確至 4 位有效數字)
- $22\ 161 = 22200$ (準確至 3 位有效數字)
- $134\ 410 = 134410$ (準確至 5 位有效數字)
- $0.005\ 736\ 1 = 0.00574$ (準確至 3 位有效數字)
- $489\ 140 = 489000$ (準確至 3 位有效數字)
- $-0.330\ 058 = -0.3301$ (準確至 4 位有效數字)
- $-0.004\ 55 = -0.0046$ (準確至 2 位有效數字)

練習二: 下列近似值中各準確至多少個有效數字?

- $456\ 041 = 456\ 000$ (準確至 3 位有效數字)
- $-3293 = -3300$ (準確至 2 位有效數字)
- $-0.333\ 55 = -0.3336$ (準確至 4 位有效數字)
- $-85\ 103 = -90\ 000$ (準確至 1 位有效數字)
- $0.000\ 078 = 0.000\ 07$ (準確至 1 位有效數字)

丙：誤差

絕對誤差 或 誤差 = 估計值 與 準確值 的相差 或 近似值 與 真確值 的相差

	準確值	估計值	絕對誤差
例 大雄打機得 <u>23600</u> 分，但吹噓說取得 <u>30000</u> 分	23600	30000	30000-23600 = 6400 分
1. 電表讀數為 <u>23648</u> ，但大雄抄錄時寫下 <u>23468</u> 。	23648	23468	180
2. 報章報導去年有 <u>85000</u> 中學生參加中學會考，其實只得 <u>84498</u> 名中學生參加中學會考。	84498	85000	502 名
3. 書架有書 <u>4876</u> 本， <u>小明</u> 胡亂點算後說有 <u>4937</u> 本。	4876	4937	61 本

最大(絕對)誤差：量度出的數值的絕對誤差的最大可能的值。最大誤差 = $\frac{1}{2} \times$ 量度單位

上限 = 量度值 + 最大誤差； 下限 = 量度值 - 最大誤差

	量度值	量度時取的 準確單位	最大 絕對誤差	根據量度值得出的 真確值下限	根據量度值得出的 真確值上限
1.	12 mm	mm	0.5 mm	11.5mm	12.5 mm
2.	28 m	m	0.5m	27.5m	28.5 m
3.	28.7 m	0.1 m	0.05 m	28.65 m	28.75m
4.	34.63 km	0.01 km	0.005km	34.625 km	34.635km
5.	34.6 km	0.2 km	0.1km	34.5km	34.7km

6. 若量度一條銀鏈條的長度準確至厘米(cm)時，量得銀鏈的長度是 8 厘米(即 8cm)，

這條銀鏈最短的最大(絕對)誤差： $= \frac{1}{2} \times 1cm = 0.5cm$

若 x 是這條銀鏈的長度， x 的取值範圍 = $(8 + 0.5)cm \leq x < (8 - 0.5)cm$

= $8.5 cm \leq x < 7.5 cm$ 。

丁：相對誤差與百分誤

相對誤差與百分誤差：一（在知道準確值/真確值的情況下）

$\text{相對誤差} = \frac{\text{絕對誤差}}{\text{真確值}}$	$\text{百分誤差} = \text{相對誤差} \times 100\%$
--	--

	真確/準確值	近似/估計值	絕對誤差	相對誤差	百分誤差
1.	10 元	13 元	3 元	$\frac{3}{10}$	$\frac{3}{10} \times 100\% = 30\%$
2.	25 個橙	23 個橙	2 個	$\frac{2}{25}$	$\frac{2}{25} \times 100\% = 8\%$
3.	50 枝竹籤	56 枝竹籤	6 枝	$\frac{6}{50} = \frac{3}{25}$	$\frac{3}{25} \times 100\% = 12\%$
4.	150 條鋼筋	132 條鋼筋	18 條	$\frac{18}{150} = \frac{3}{25}$	$\frac{3}{25} \times 100\% = 12\%$
5.	300°	360°	60°	$\frac{60}{300} = \frac{1}{5}$	$\frac{1}{5} \times 100\% = 20\%$

6. 電表上的讀數是 36528，小聰抄寫為 36258。

$$\text{真確值} = 36528 \quad \text{近似值} = 36258 \quad \text{絕對誤差} = 36528 - 36258 = 270$$

求小聰抄寫電表讀數的相對誤差和百分誤差（準確至 3 位有效數字）：

$$\text{相對誤差} = \frac{270}{36528} = \frac{135}{18289}$$

$$\text{百分誤差} = \frac{135}{18289} \times 100\% = 0.738\%$$

（準確至 3 位有效數字）

7. 大雄花了 3 小時 45 分鐘上網打機，但他說只玩了 185 分鐘電腦遊戲。求百分誤差：

$$3 \text{ 小時 } 45 \text{ 分鐘} = 3 \times (60) + (45) = 225 \text{ 分鐘}$$

$$\text{百分誤差} = \frac{(225 - 185)}{(225)} \times 100\% = 17.8\% \text{ (準確至 3 位有效數字)}$$

相對誤差與百分誤差：二（在不知道準確值/真確值的情況下）

$\text{相對誤差} = \frac{\text{最大絕對誤差}}{\text{量度值}}$	$\begin{aligned} \text{百分誤差} &= \text{相對誤差} \times 100\% \\ &= \frac{\text{最大絕對誤差}}{\text{量度值}} \times 100\% \end{aligned}$
--	---

-
1. 大雄量度一張正方形卡紙的邊長準確至厘米，量得的邊長是6厘米。求量度上的相對誤差和百分誤差。

$$\text{最大絕對誤差} = \frac{1}{2} \times 1\text{cm} = 0.5\text{cm}$$

相對誤差

百分誤差

$$= \frac{0.5}{6} = \frac{1}{12}$$

$$= \frac{1}{12} \times 100\% = 8\frac{1}{3}\%$$

-
2. 經仔細量度後得出船灣淡水湖的堤壩長度是1985公尺(米)，準確至公尺(米)，求量度上的相對誤差和百分誤差。

$$\text{最大絕對誤差} = \frac{1}{2} \times 1\text{m} = 0.5\text{m}$$

相對誤差

百分誤差

$$= \frac{0.5}{1985} = \frac{1}{3970}$$

$$= \frac{1}{3970} \times 100\% = \frac{10}{397}\%$$

$$= 0.0252\%$$

(準確至3位有效數字)

-
3. 超級市場一包5公斤重的米，量重準確至0.1公斤。求量度上的相對誤差和百分誤差。

$$\text{最大絕對誤差} = \frac{1}{2} \times 0.1 = 0.05\text{kg}$$

$$\text{相對誤差} = \frac{0.05}{5} = \frac{1}{100}$$

$$\text{百分誤差} = \frac{1}{100} \times 100\% = 1\%$$